

**Завдання для I (дистанційного) туру
олімпіади з математики**

1. По колу розміщено 200 кошиків. Чи можна розкласти у них 2019 кавунів так, щоб кількість кавунів у будь-яких двох сусідніх кошиках різнилася рівно на 1? Відповідь обґрунтуйте.
2. Нехай h_a, h_b, h_c – довжини висот трикутника, а r – радіус вписаного у цей трикутник кола. Доведіть рівність $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$.
3. У трикутнику ABC точка O – центр вписаного кола, CC' – бісектриса кута $\angle ACB$, точка C' лежить на AB . Знайдіть відношення $\frac{OC}{OC'}$, якщо відомі довжини сторін трикутника: $AB = 15$, $BC = 12$, $AC = 18$.
4. На дошці було записано 5 різних натуральних чисел. Після додавання їх попарно різними способами було отримано 10 таких сум: 4, 6, 8, 8, 10, 12, 13, 15, 17, 19. Які числа були записані на дошці?
5. У новосформованому класі деякі учні виявилися вже знайомими поміж собою. У перший день навчання кожна дівчина замріяно подивилася на кожного із знайомих хлопців, тоді як кожен хлопець замріяно подивився на кожну з незнайомих дівчат. Усього було кинуте 117 замріяних поглядів. Скільки у класі хлопців, а скільки дівчат, якщо у класі не більше 40 учнів? Відповідь обґрунтуйте.
6. Кожне чотирицифрове число розділимо на суму його цифр. Який найбільший результат можна при цьому отримати? Відповідь обґрунтуйте.
7. Кожна точка кола пофарбована у один із двох кольорів. Доведіть, що в це коло можна вписати рівнобедрений трикутник з одноколірними вершинами.